## １.11　「数学アゴラ」（数学分野）

### ⑴ 研究開発の課題（概要）

名古屋大学多元数理学科で毎年開講されている「数学アゴラ」に参加することにより、高等学校で学ぶ数学とその先にある大学で学ぶ数学、学問としての数学のおもしろさにふれる機会とする。今年は高大連携の一環として、愛知県教育委員会の「知の探究講座」とタイアップして開催されたこともあり、各講座が昨年より１コマずつ多く実施された。

### ⑵ 仮説（ねらい、目標）

高等学校数学の枠を越えた分野、最先端の分野の研究者の講義を聴くことで、科学を研究することに興味をもつ。また講義で理解できなかったことがらについて、自分で解決する姿勢を養う。

### ⑶ 研究の方法・内容

**ア　対象生徒**　　「数学アゴラ」参加希望者９名

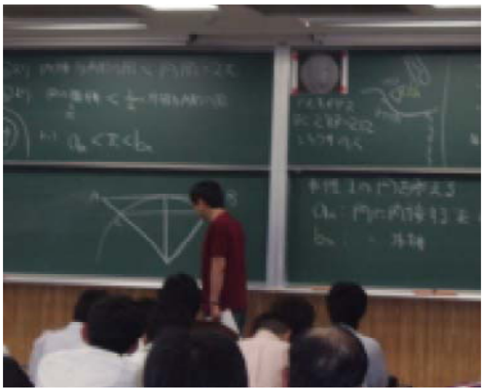
**イ　日程**　　平成22年８月９日（月）～12日（木）の４日間

**ウ　内容**

**㋐「円周率の値を計算する公式…世界の３大数学者＋もう１人の考えたこと」**

**㋑「運動方程式と変分問題」**（菱田 俊明 教授）

**㋒「Gaussの和を計算してみよう」**（鈴木 浩志 准教授）



**「円周率の値を計算する公式」**

「円周率の値を計算する公式…世界の３大数学者＋もう１人の考えたこと」（佐藤 猛 助教）の講義より

１．アルキメデス

半径１の円を考えて、$a_n$ を円に内接する正$6\times 2^n$角形の周の半分、$b_n$ を円に外接する正$6\times 2^n$角形の周の半分とすると、以下の漸化式が成り立つ。

$$a_{n+1}=\sqrt{a_nb_{n+1}} \qquad b_{n+1}=\frac{2a_nb_n}{a_n+b_n} \qquad a_0=3 \qquad b_0=2\sqrt{3}$$

この計算をすすめると、

$$3+\frac{10}{71}<\pi<3+\frac{1}{7}$$

**初日参加の生徒**

２．ニュートン

微積分、逆関数を説明した後、

$$\arcsin t=\int_0^t\frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} \qquad \arctan t=\int_0^t\frac{dy}{1+y^2}$$

ニュートンの二項定理を利用して、

$$\frac{\pi}{6}=\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{dy}{\sqrt{1-y^2}}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2^3}+\frac{3}{8}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{2^5}+\cdots$$

これよりπをもとめる。

３．ガウス

算術幾何平均、楕円積分を説明した後、
楕円積分は算術幾何平均およびそれを計算する途中に出てくる数列で表せること、
πはその楕円積分で表せることを伝え、
ボーウェインボーウェインの公式（下の式）等を紹介した。

$$y_0=\frac{1}{\sqrt{2}}\ ,\ \alpha_0=\frac{1}{\sqrt{2}}\ ,\ y_n=\frac{1-\sqrt[4]{1-y_{n-1}^4}}{1+\sqrt[4]{1-y_{n-1}^4}}\ ,\ \alpha_n=-2^{2n+3}y_n(1+y_n+y_n^2)+(1+y_n)^4\alpha_{n-1}$$

このとき、$\alpha_n$ は　$1/\pi$　に収束する。

４．ラマヌジャン

ルジャンドル関係式を導入した後、これを使ってπを級数で表したラマヌジャンの公式の一部(下の式)等を紹介した。

$$\frac{16}{\pi}=\sum_{n=0}^{\infty}(42n+5)\frac{\left(\frac{1}{2}\right)_n^{3}}{(n!)^3}\left(\frac{1}{64}\right)^n$$

ただし$(\alpha)_n=\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)\cdots(\alpha+n-1)$とする

**⑷ 検証（成果と反省）**

**ア　生徒アンケートより**（数字は人数）

**㋐「円周率の値を計算する公式…世界の３大数学者＋もう１人の考えたこと」**

a　面白かった（７）、どちらかといえば面白かった（１）、
　どちらかといえば面白くなかった（１）

b　難しい（４）、やや難しい（５）

c　生徒のコメントから

・普段の学習で何気なく使っているπについて、深く学べてよかった。

・いろいろな求め方があっておもしろかった。

**㋑「運動方程式と変分問題」**

a　面白かった（６）、どちらかといえば面白かった（３）

b　難しい（６）、やや難しい（４）

c　生徒のコメントから

・丁寧な微分・積分の説明で、本質が理解できた。

・「２点間を結ぶ曲線のうち、最短のものは線分である。」の証明が面白かった。

**㋒「Gaussの和を計算してみよう」**

a　面白かった（５）、どちらかといえば面白かった（３）、
　どちらかといえば面白くなかった（１）

b　難しい（５）、やや難しい（４）

c　生徒のコメントから

・複素数平面を利用し、正５角形・正17角形の作図ができることが印象的だった。

・正５角形をきれいに作図できてうれしかった。

**イ　最後に**

昨年よりも講義のコマ数が増えたことにより、より丁寧な説明が可能となった。この結果、参加している生徒の理解度は上がったであろう。また生徒は講師の数学に対する情熱を直に感じることができ、よい刺激を受けたと思う。