

ガロアの考えたことと高校数学（※セミナー当日までに考えてくること）

I 解と係数の関係を求めること

2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の場合：

解を α, β とすると、関係式 $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$ 、 $\alpha\beta=\frac{c}{a}$ が成り立つ

問題 では3つの解 α, β, γ を持つ 3次方程式 $ax^3+bx^2+cx+d=0$ の場合はどうか。

問題 2次方程式、3次方程式の解と係数の関係に現れる、 α, β や α, β, γ の式はある特徴を持っている、それは何か？

問題 では、4次、5次・・・方程式の場合はどうなっていると思うか？

II 解 α, β の（多項）式を係数で表すこと

教科書の問題 α, β を方程式 $x^2+x+1=0$ の解とするとき、 $\alpha^2+\beta^2, \alpha^4+\beta^4$ の値を求めよ。

教科書にない問題 α, β を方程式 $x^2+x+1=0$ の解とするとき、 $\alpha^2+\beta^3, \alpha^4+\beta^5$ の値を求めよ。

問題 上の各問題が「教科書にある理由」と「ない理由」を言え。

ちょっと上級問題 「 α, β の多項式で、 α と β を入れ替えても変わらないものは、 $\alpha+\beta$ と $\alpha\beta$ の多項式で表される」これは何故か？

もっと上級問題 「 α, β, γ の多項式で、しても変化しないものは、「 $\alpha+\beta+\gamma$ 」と「 $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha$ 」と「 $\alpha\beta\gamma$ 」の多項式で表される」が成り立つように、の中に適当な文章を入れよ。